

## Zadania ze statystyki cz.2 I rok Socjologii lic.

### Zadanie 1

Ustal dla danych zawartych w tabelach poniżej, prezentujących rozkład liczebności ( $n_i$ ) różnej wielkości gospodarstw domowych w dwóch populacjach, następujące miary:

- średnią i medianę
- odchylenie ćwiartkowe
- odchylenie średnie

Wykorzystując te wartości ustal, która z nich jest bardziej zróżnicowana.

Xi A	ni A
1	82
2	98
3	95
4	84
5	65
6	38
7	28
8	12
9	6
$\Sigma$	508

Xi B	ni B
1	11
2	12
3	34
4	68
5	70
6	6
7	28
8	17
9	6
$\Sigma$	252

### Zadanie 2

W szeregu przedziałowym zawarte są dane o rozkładach liczebności dzieci ze względu na wiek. Należy ustalić wartość mediany oraz pierwszego i trzeciego kwartyła (Q), odchylenie ćwiartkowe oraz odchylenie średnie.

Xi	ni
1 - 3	35
4 - 6	46
7 - 9	31
10 - 12	21
13 - 15	11
	144

### Zadanie 3

Podany poniżej szereg należy przekształcić w szereg przedziałowy o 3 klasach, równej szerokości. Następnie dla szeregu przedziałowego należy obliczyć medianę oraz odchylenie średnie i odchylenie ćwiartkowe.

Xi A	ni A
1	80
2	91
3	70
4	84
5	65
6	38
7	28
8	15
9	12
$\Sigma$	483

#### Zadanie 4

Wiemy, że mediana rozkładu pewnej cechy, która ma symetryczny oraz równomierny rozkład, wynosi 5. Ustal, ile wynosić będzie odchylenie ćwiartkowe w tej zbiorowości. Ustal, ile wynosić będzie odchylenie średnie w tej zbiorowości, wiedząc, że natężenie cechy zmienia się co 1 (o jeden interwał) i że rozstęp wynosi 8.

#### Zadanie 5.

Tabela poniżej zawiera informacje o rozkładzie zarobków w pewnej zbiorowości (pracowników jednego z działów firmy X). Proszę ustalić, jakie jest odchylenie średnie i odchylenie standardowe zarobków w tej zbiorowości. Proszę również ustalić, czy zmienność zarobków jest większa niż zmienność stażu pracy w tej zbiorowości, wiedząc, że średni staż wynosi 12 lat a odchylenie standardowe 3,45 lat. Jaka jest skośność tego rozkładu?

xi
2700
3000
3200
2300
4500
7000
3400

#### Zadanie 6.

Przeprowadzono badania struktury zarobków dochodów w całej firmie X. Tabela poniżej zawiera dokładny rozkład wysokości wynagrodzenia. Proszę ustalić, ile wynosi średnie uposażenie pracowników, ile wynosi odchylenie standardowe oraz współczynnik zmienności tych zarobków. Proszę ustalić również ile wynosi mediana i odchylenie ćwiartkowe (kwartyłowe) tych zarobków.

xi	ni
2500	25
2800	28
3000	30
3300	12
5000	7
6000	5
7000	3
10000	1
$\Sigma$	111

### Zadanie 7.

xi	ni
od 1 do 5	12
od 6 do 10	17
od 11 do 15	20
od 16 do 20	11
Od 21 do 25	7
$\Sigma$	67

Tabela powyżej prezentuje rozkład stażu pracy w szeregu przedziałowym. Proszę ustalić wartość współczynnika zmienności.

### PODSUMOWANIE WYKŁADU

Mediana:

1. Pozycja mediany:

$$poz.Me = \frac{N + 1}{2}$$

2. Mediana dla N nieparzystego:

$$Me = x_n$$

3. Mediana dla N parzystego:

$$Me = \frac{(x_{n-1} + x_{n+1})}{2}$$

4. Mediana dla szeregu przedziałowego:

$$Me = X_0 + \left( poz Me - \sum nk \right) \frac{C}{n_0}$$

I kwartyl:

1. Pozycja kwartyła:

$$poz.Q_1 = \frac{N + 1}{4}$$

2. Dla szeregu rozdzielczego:

$$Q_1 = x_n$$

3. dla szeregu przedziałowego:

$$Q_1 = X_0 + \left( \text{poz}Q_1 - \sum nk \right) \frac{C}{n_0}$$

III kwartyl

1. Pozycja kwartyla:

$$\text{poz. } Q_3 = \frac{3N + 1}{4}$$

2. Dla szeregu rozdzielczego:

$$Q_3 = x_n$$

3. dla szeregu przedziałowego:

$$Q_3 = X_0 + \left( \text{poz}Q_3 - \sum nk \right) \frac{C}{n_0}$$

Rozstęp:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Odchylenie ćwiartkowe:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

Odchylenie ćwiartkowe – przykład z wykładu

$X_i$	$n_i$	$k_{ni}$
1	2282	2282
2	3498	5780
3	2395	8175
4	2184	10359
5	1105	11464
6	538	12002
7	228	12230
8	92	12322
9	46	12368
$\Sigma$	12368	

$$\text{poz}Q_1 = \frac{12368 + 1}{4} = 3092,25$$

$$Q_1 = 2$$

$$\text{poz. } Q_3 = \frac{3 * 12368 + 1}{4} = 9276,25$$

$$Q_3 = 4$$

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{4 - 2}{2} = 1$$

Odchylenie przeciętne(średnie):

1. dla szeregu punktowego

$$D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N}$$

2. dla szeregu rozdzielczego

$$D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| n_i}{N}$$

3. dla szeregu przedziałowego

$$D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| n_i}{N}$$

Odchylenie przeciętne(średnie) – przykład z wykładu

$x_i$	$n_i$	$x_i n_i$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x}  n_i$
1	20	20	3,05	61,05
2	11	22	2,05	22,58
3	33	99	1,05	34,73
4	40	160	0,05	2,09
6	28	168	1,95	54,54
7	17	119	2,95	50,11
8	4	32	3,95	15,79
	153	620		240,88

$$D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| n_i}{N} \quad D = \frac{240,88}{153} = 1,57$$

Odchylenie standardowe:

1. dla szeregów punktowych

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

2. dla szeregów rozdzielczych

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 n_i}{N}}$$

3. dla szeregów przedziałowych

$$s = \sqrt{\frac{\sum({}^{\circ}x_i - \bar{x})^2 n_i}{N}}$$

Przykład z wykładu dla szeregu zwykłego

l.p.	$x_1$	$(x_1 - \bar{x})$	$(x_1 - \bar{x})^2$
1	38	-1	1
2	43	4	16
3	39	0	0
4	41	2	4
5	40	1	1
6	35	-4	16
7	37	-2	4
$\Sigma$	273		42

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

$$s = \sqrt{\frac{42}{7}}$$

$$s = 2,45$$

$$\bar{x} = \frac{273}{7} = 39$$

Przykład dla szeregu przedziałowego

$x_i$	$n_i$	$\overset{\circ}{x}_i$	$\overset{\circ}{x}_i \times n_i$	$(\overset{\circ}{x}_i - \bar{x})$	$(\overset{\circ}{x}_i - \bar{x})^2$	$(\overset{\circ}{x}_i - \bar{x})^2 \times n_i$
35 - 37	79	36	2844	-3,03	9,18	330,43
38 - 40	143	39	5577	-0,03	0,001	0,03
41 - 43	82	42	3444	2,97	8,82	370,58
	304		11865			701,04

$$s = \sqrt{\frac{\sum(\overset{\circ}{x}_i - \bar{x})^2 \times n_i}{N}} \quad s = \sqrt{\frac{704,04}{304}}$$

$$\bar{x} = \frac{11865}{304} = 39,03 \quad s = 1,52$$

Wariancja:

1. dla szeregów punktowych  $s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}$

2. dla szeregów rozdzielczych  $s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 \times n_i}{N}$

3. dla szeregów przedziałowych:  $s^2 = \frac{\sum(\overset{\circ}{x}_i - \bar{x})^2 \times n_i}{N}$

Klasyczny współczynnik zmienności:

$$V = \frac{s}{\bar{x}}$$

Współczynnik zmienności dla miar położenia:

$$V_Q = \frac{Q}{Me}$$

Skośność:

$$A = \frac{3(\bar{x} - Me)}{s}$$