

Zadania ze statystyki cz.2 I rok Socjologii - Praca socjalna

Zadanie 1

Ustal dla danych zawartych w tabelach poniżej, prezentujących rozkład liczebności (n_i) różnej wielkości gospodarstw domowych w dwóch populacjach, następujące miary:

- średnią i medianę
- odchylenie ćwiartkowe
- odchylenie średnie

Wykorzystując te wartości ustal, która z nich jest bardziej zróżnicowana.

| Xi A | ni A |
|----------|------|
| 1 | 82 |
| 2 | 98 |
| 3 | 95 |
| 4 | 84 |
| 5 | 65 |
| 6 | 38 |
| 7 | 28 |
| 8 | 12 |
| 9 | 6 |
| Σ | 508 |

| Xi B | ni B |
|----------|------|
| 1 | 11 |
| 2 | 12 |
| 3 | 34 |
| 4 | 68 |
| 5 | 70 |
| 6 | 6 |
| 7 | 28 |
| 8 | 17 |
| 9 | 6 |
| Σ | 252 |

Zadanie 2

W szeregu przedziałowym zawarte są dane o rozkładach liczebności dzieci ze względu na wiek. Należy ustalić wartość mediany oraz pierwszego i trzeciego kwartyła (Q), odchylenie ćwiartkowe oraz odchylenie średnie.

| Xi | ni |
|---------|-----|
| 1 - 3 | 35 |
| 4 - 6 | 46 |
| 7 - 9 | 31 |
| 10 - 12 | 21 |
| 13 - 15 | 11 |
| | 144 |

Zadanie 3

Podany poniżej szereg należy przekształcić w szereg przedziałowy o 3 klasach, równej szerokości. Następnie dla szeregu przedziałowego należy obliczyć medianę oraz odchylenie średnie i odchylenie ćwiartkowe.

| Xi A | ni A |
|----------|------|
| 1 | 80 |
| 2 | 91 |
| 3 | 70 |
| 4 | 84 |
| 5 | 65 |
| 6 | 38 |
| 7 | 28 |
| 8 | 15 |
| 9 | 12 |
| Σ | 483 |

Zadanie 4

Wiemy, że mediana rozkładu pewnej cechy, która ma symetryczny oraz równomierny rozkład, wynosi 5. Ustal, ile wynosić będzie odchylenie ćwiartkowe w tej zbiorowości. Ustal, ile wynosić będzie odchylenie średnie w tej zbiorowości, wiedząc, że natężenie cechy zmienia się co 1 (o jeden interwał) i że rozstęp wynosi 8.

Zadanie 5.

Tabela poniżej zawiera informacje o rozkładzie zarobków w pewnej zbiorowości (pracowników jednego z działów firmy X). Proszę ustalić, jakie jest odchylenie średnie i odchylenie standardowe zarobków w tej zbiorowości. Proszę również ustalić, czy zmienność zarobków jest większa niż zmienność stażu pracy w tej zbiorowości, wiedząc, że średni staż wynosi 12 lat a odchylenie standardowe 3,45 lat. Jaka jest skośność tego rozkładu?

| xi |
|------|
| 2700 |
| 3000 |
| 3200 |
| 2300 |
| 4500 |
| 7000 |
| 3400 |

Zadanie 6.

Przeprowadzono badania struktury zarobków dochodów w całej firmie X. Tabela poniżej zawiera dokładny rozkład wysokości wynagrodzenia. Proszę ustalić, ile wynosi średnie uposażenie pracowników, ile wynosi odchylenie standardowe oraz współczynnik zmienności tych zarobków. Proszę ustalić również ile wynosi mediana i odchylenie ćwiartkowe (kwartyłowe) tych zarobków.

| xi | ni |
|----------|-----|
| 2500 | 25 |
| 2800 | 28 |
| 3000 | 30 |
| 3300 | 12 |
| 5000 | 7 |
| 6000 | 5 |
| 7000 | 3 |
| 10000 | 1 |
| Σ | 111 |

Zadanie 7.

| xi | ni |
|-------------|----|
| od 1 do 5 | 12 |
| od 6 do 10 | 17 |
| od 11 do 15 | 20 |
| od 16 do 20 | 11 |
| Od 21 do 25 | 7 |
| Σ | 67 |

Tabela powyżej prezentuje rozkład stażu pracy w szeregu przedziałowym. Proszę ustalić wartość współczynnika zmienności.

PODSUMOWANIE WYKŁADU

Mediana:

1. Pozycja mediany:

$$poz.Me = \frac{N + 1}{2}$$

2. Mediana dla N nieparzystego:

$$Me = x_n$$

3. Mediana dla N parzystego:

$$Me = \frac{(x_{n-1} + x_{n+1})}{2}$$

4. Mediana dla szeregu przedziałowego:

$$Me = X_0 + \left(poz Me - \sum nk \right) \frac{C}{n_0}$$

I kwartyl:

1. Pozycja kwartyła:

$$poz.Q_1 = \frac{N + 1}{4}$$

2. Dla szeregu rozdzielczego:

$$Q_1 = x_n$$

3. dla szeregu przedziałowego:

$$Q_1 = X_0 + \left(\text{poz}Q_1 - \sum nk \right) \frac{C}{n_0}$$

III kwartyl

1. Pozycja kwartyla:

$$\text{poz. } Q_3 = \frac{3N + 1}{4}$$

2. Dla szeregu rozdzielczego:

$$Q_3 = x_n$$

3. dla szeregu przedziałowego:

$$Q_3 = X_0 + \left(\text{poz}Q_3 - \sum nk \right) \frac{C}{n_0}$$

Rozstęp:

$$R = x_{max} - x_{min}$$

Odchylenie ćwiartkowe:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

Odchylenie ćwiartkowe – przykład z wykładu

| X_i | n_i | k_{ni} |
|----------|-------|----------|
| 1 | 2282 | 2282 |
| 2 | 3498 | 5780 |
| 3 | 2395 | 8175 |
| 4 | 2184 | 10359 |
| 5 | 1105 | 11464 |
| 6 | 538 | 12002 |
| 7 | 228 | 12230 |
| 8 | 92 | 12322 |
| 9 | 46 | 12368 |
| Σ | 12368 | |

$$\text{poz}Q_1 = \frac{12368 + 1}{4} = 3092,25$$

$$Q_1 = 2$$

$$\text{poz. } Q_3 = \frac{3 * 12368 + 1}{4} = 9276,25$$

$$Q_3 = 4$$

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{4 - 2}{2} = 1$$

Odchylenie przeciętne(średnie):

1. dla szeregu punktowego

$$D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N}$$

2. dla szeregu rozdzielczego

$$D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| n_i}{N}$$

3. dla szeregu przedziałowego

$$D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| n_i}{N}$$

Odchylenie przeciętne(średnie) – przykład z wykładu

| x_i | n_i | $x_i n_i$ | $ x_i - \bar{x} $ | $ x_i - \bar{x} n_i$ |
|-------|-------|-----------|-------------------|-----------------------|
| 1 | 20 | 20 | 3,05 | 61,05 |
| 2 | 11 | 22 | 2,05 | 22,58 |
| 3 | 33 | 99 | 1,05 | 34,73 |
| 4 | 40 | 160 | 0,05 | 2,09 |
| 6 | 28 | 168 | 1,95 | 54,54 |
| 7 | 17 | 119 | 2,95 | 50,11 |
| 8 | 4 | 32 | 3,95 | 15,79 |
| | 153 | 620 | | 240,88 |

$$D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| n_i}{N} \quad D = \frac{240,88}{153} = 1,57$$

Odchylenie standardowe:

1. dla szeregów punktowych

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

2. dla szeregów rozdzielczych

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{N}}$$

3. dla szeregów przedziałowych

$$s = \sqrt{\frac{\sum ({}^\circ x_i - \bar{x})^2 n_i}{N}}$$

Przykład z wykładu dla szeregu zwykłego

| l.p. | x_1 | $(x_1 - \bar{x})$ | $(x_1 - \bar{x})^2$ |
|----------|-------|-------------------|---------------------|
| 1 | 38 | -1 | 1 |
| 2 | 43 | 4 | 16 |
| 3 | 39 | 0 | 0 |
| 4 | 41 | 2 | 4 |
| 5 | 40 | 1 | 1 |
| 6 | 35 | -4 | 16 |
| 7 | 37 | -2 | 4 |
| Σ | 273 | | 42 |

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

$$s = \sqrt{\frac{42}{7}}$$

$$s = 2,45$$

$$\bar{x} = \frac{273}{7} = 39$$

Przykład dla szeregu przedziałowego

| x_i | n_i | $\overset{\circ}{x}_i$ | $\overset{\circ}{x}_i \times n_i$ | $(\overset{\circ}{x}_i - \bar{x})$ | $(\overset{\circ}{x}_i - \bar{x})^2$ | $(\overset{\circ}{x}_i - \bar{x})^2 \times n_i$ |
|---------|-------|------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|---|
| 35 - 37 | 79 | 36 | 2844 | -3,03 | 9,18 | 330,43 |
| 38 - 40 | 143 | 39 | 5577 | -0,03 | 0,001 | 0,03 |
| 41 - 43 | 82 | 42 | 3444 | 2,97 | 8,82 | 370,58 |
| | 304 | | 11865 | | | 701,04 |

$$s = \sqrt{\frac{\sum(\overset{\circ}{x}_i - \bar{x})^2 \times n_i}{N}} \quad s = \sqrt{\frac{704,04}{304}}$$

$$\bar{x} = \frac{11865}{304} = 39,03 \quad s = 1,52$$

Wariancja:

1. dla szeregów punktowych $s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}$

2. dla szeregów rozdzielczych $s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 \times n_i}{N}$

3. dla szeregów przedziałowych: $s^2 = \frac{\sum(\overset{\circ}{x}_i - \bar{x})^2 \times n_i}{N}$

Klasyczny współczynnik zmienności:

$$V = \frac{s}{\bar{x}}$$

Współczynnik zmienności dla miar położenia:

$$V_Q = \frac{Q}{Me}$$

Skośność:

$$A = \frac{3(\bar{x} - Me)}{s}$$